

Lycée Pilote du Kef	Devoir de Synthèse N° 3	Classe : 3 M 2
Prof : Amor Rejbi		Durée : 3 Heures

Exercice 1

Soit (U_n) une suite définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n} \end{cases}$$

- 1) Montrer que pour tout entier naturel n , on a : $0 < U_n \leq 1$.
- 2) Etudier la monotonie de (U_n) .
- 3) On pose $V_n = \frac{1}{U_n}$
 - a) Calculer V_0 et V_1 .
 - b) Montrer que V_n est une suite arithmétique.
 - c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
- 4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

Exercice 2

Une urne contient 9 boules : 3 boules rouges numérotées $-1, -1, 1$; deux boules vertes numérotées $-2, 2$ et 4 boules blanches numérotées $1, -2, 2, 2$. toutes les boules sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne
Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : « Avoir trois boules de même couleur »
 - B : « Avoir trois boules dont le produit des numéros marquer sur ces 3 boules est négatif »
 - C : « Avoir trois boules de même couleur et donnant un produit négatif »
 - D : « Avoir trois boules de même couleur ou donnant un produit négatif »
- 2) On tire maintenant 3 boules successivement et avec remise.
Calculer la probabilité des événements suivants :
 - E : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes »
 - F : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes dont la première est rouge »
 - G : « Avoir un produit négatif dont une seule parmi les trois boules est numérotée -2 »

Exercice 3

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.

Soient les points : $A(2, -3, 4)$; $B(-3, 1, 2)$ et le vecteur $\vec{U} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

- 1) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et de vecteur directeur \vec{U} .
- 2) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par B et perpendiculaire à D.
- 3) Soit H le projeté orthogonal de A sur P.
 - a) Déterminer les coordonnées de H.
 - b) Calculer la distance de A au plan P.
- 4) a) Quel est le projeté orthogonal de B sur D.
 - b) Calculer la distance de B à la droite D.

Exercice 4

L'espace \mathcal{E} est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points $A(2, -3, -1)$; $B(1, 0, 2)$ et $C(0, 1, 3)$.

- 1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
 - b) Ecrire une équation cartésienne du plan P passant par les points A, B et C.
- 2) Pour tout réel t de l'intervalle $[-\pi, \pi[$, on considère l'ensemble S_t des points $M(x, y, z)$ vérifiant l'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2tx - 2y \sin t + 2z + t^2 + \sin^2 t - 1 = 0$.
Montrer que S_t est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.
- 3) a) Etudier suivant les valeurs de t l'intersection de la sphère S_t et du plan P.
 - b) Dans le cas où le plan P est tangent à la sphère S_t , Déterminer les coordonnées du point de contact.

Bon Travail